ИСТОРИЯ МАТЕМАТИКИ

Г.И. Синкевич
доктор физ.-мат. наук
профессор кафедры математики
Санкт-Петербургский государственный
архитектурно-строительный университет
Санкт-Петербург, Российская Федерация

ПЕРВАЯ ЧАСТЬ РЕЧИ ЯКОБА ГЕРМАНА «О ВОЗНИКНОВЕНИИ И РАЗВИТИИ ГЕОМЕТРИИ» НА ЗАСЕДАНИИ ПЕТЕРБУРГСКОЙ АКАДЕМИИ НАУК 1 АВГУСТА 1726 г.

Началом опубликованной в 1728 г. речи Я. Германа «О возникновении и развитии геометрии», приготовленной и отчасти произнесенной на Втором торжественном заседании Петербургской Академии наук 1 августа 1726 г., является предисловие, написанное, возможно, президентом Академии, Л. Блюментростом, либо его помощником и заместителем И.Д. Шумахером. В предисловии объясняется, что Второе заседание академии, было перенесено с 7 мая на 1 августа 1726 г., кто выступал и почему Я. Герман был вынужден сократить свое выступление.*

Прямая речь Якоба Германа начинается с обращения к императрице Екатерине I. Он выражает восхищение гением Петра I, основавшего Петербургскую академию, и надежду, что Екатерина, овдовевшая в феврале 1725 г., продолжит его благородное дело. Герман смущен тем, что он, математик, должен говорить от имени всей Академии, но уступает необходимости и оговаривает план своей речи: в первой части: начало, развитие и торжество наук, прежде всего математики и ее основы геометрии, во второй части – об оптике и телескопах. Говорит о структуре математики, состоящей из геометрии, арифметики, механики, оптики и астрономии.

Рассказывает о возникновении геометрии в древнем Египте и ее развитии в Древней Греции: от Фалеса к Пифагору, Гиппократу, перечисляя многих греческих математиков, но выделяя среди них Евклида, Аполлония и Архимеда. Пифагора он ценит за аналитический метод доказательства, состоящий в предположении, что искомое уже найдено путем решения. Евклида называет великим за то, что в его «Началах» все так упорядочено и распределено, что создает совершенную Науку, которую невозможно уничтожить никаким оружием скептиков. Рассказывая об Архимеде, Герман указывает на преемственность его идей в трудах математиков XVII в. Э. Торричелли и Б. Кавальери. Рассказывая об Аполлонии, Герман указывает на преемственность его идей в трудах таких математиков XVII в., как Грегуар де Сен-Винсент, Г.-Ф. де Лопиталь, Э. Галлей и других. Завершая свой рассказ об античных математиках, Герман заключает, что слабость древних состояла в рассмотрении мельчайших понятий, которые выходили за пределы их определений и аксиом, и попытках все обосновать, чтобы отсечь уловки скептика. Таким образом Герман подводит компетентного слушателя к следующей части своей речи, а именно, к возникновению и важности инфинитезимального исчисления. Следующая часть его речи будет опубликована в следующем номере журнала.

Ключевые слова: *Якоб Герман, Петербургская академия, античная математика.*

G.I. Sinkevich
Doctor of Phys.-Math. Sciences, Professor
Department of Mathematics
St. Petersburg State University
of Architecture and Civil Engineering
Saint-Petersburg, Russian Federation

THE FIRST PART OF JACOB HERMANN'S SPEECH "ON THE ORIGIN AND DEVELOPMENT OF GEOMETRY" AT A MEETING OF THE ST. PETERSBURG ACADEMY OF SCIENCES ON AUGUST 1, 1726

* Hermann J. De ortu et progressu Geometriae. Sermones in secundo solenni Academiae Scientiarum imperialis conventu die 1 augusti anni MDCCXXVI publice recitati. Petropoli, 1728.

The beginning of J. Hermann's speech "On the Origin and Development of Geometry", published in 1728, prepared and partly delivered at the Second Ceremonial Session of the St. Petersburg Academy of Sciences on August 1, 1726, is a preface, possibly written by L. Blumentrost, the president of the Academy, or his assistant and deputy I.D. Schumacher. The preface explains that the Second Session of the Academy was postponed from May 7 to August 1, 1726, who spoke and why J. Herman was forced to shorten his speech.

Jacob Hermann's direct speech begins with an appeal to Empress Catherine I. He expresses admiration for the genius of Peter I, who founded the St. Petersburg Academy, and the hope that Catherine, widowed in February 1725, would continue his noble work. Herman is embarrassed by the fact that he, a mathematician, must speak on behalf of the entire Academy, but he yields to necessity and stipulates the plan of his speech: in the first part, the beginning, development and triumph of sciences, primarily mathematics and its foundations, geometry, in the second part - about optics and telescopes. He talks about the structure of mathematics, consisting of geometry, arithmetic, mechanics, optics and astronomy. He tells about the origin of geometry in ancient Egypt and its development in ancient Greece: from Thales to Pythagoras, Hippocrates, listing many Greek mathematicians, but singling out Euclid, Apollonius and Archimedes. He values Pythagoras for his analytical method of proof, which consists in the assumption that what is sought has already been found by solution. He calls Euclid great because in his "Elements" everything is so ordered and distributed that it creates a perfect Science, which cannot be destroyed by any weapon of the skeptics. Speaking about Archimedes, Herman points out the continuity of his ideas in the works of 17th century mathematicians E. Torricelli and B. Cavalieri. Speaking about Apollonius, Hermann points out the continuity of his ideas in the works of such 17th-century mathematicians as Gregoire de Saint-Vincent, G.-F. de L'Hôpital, E. Halley and others. In concluding his account of the ancient mathematicians, Herman concludes that the weakness of the ancients was to consider the smallest concepts that went beyond their definitions and axioms, and to try to justify everything in order to cut off the tricks of the skeptic. Thus, Hermann leads the competent listener to the next part of his speech, namely, to the origin and importance of infinitesimal calculus. The next part of his speech will be published in the next issue of the journal.

Keywords: *Jacob Hermann, St. Petersburg Academy, ancient mathematics.*

SERMONES
in secundo solenni
ACADEMIAE Scientiarum IMPERIALIS
CONVENTU
die I. Augusti
anni MDCCXXVI.
publice recitati.
PETROPOLI
Typis Academiae Scientiarum
Речи, публично прозвучавшие
на втором торжественном заседании
Императорской Академии наук
1 августа1726 года
Издано в Санкт-Петербурге
в типографии Академии наук
Перевод и комментарии Г.И. Синкевич
ЧАСТЬ ПЕРВАЯ

Предисловие

Согласно законам, предписанным Императорской Академии наук, уже 7 мая 1726 года следовало собраться на второе публичное заседание Академии. Но поскольку вмешались разного рода препятствия, то получилось, что, хотя те, кого касались обязанности выступать, и были готовы к действиям, мы были почти приглашены, наш приезд[i] отложили до 1 августа. Однако благодаря этой отсрочке Академии и нашим Музам выпала такая честь, что славной памяти императрица ЕКАТЕРИНА милостиво одарила присутствием Своего Величества это совещание Академии, так что никто не мог сказать, что видел более примечательное торжество, чем это. Ибо с Ней присутствовала почти вся императорская семья, присутствовали высшие дворяне русской нации, мужи и высшие члены совета, сената, синода, двора и выдающиеся представители других собраний империи, присутствовали высочайшие послы иноземных государств при Августейшей, окружённые многочисленными слушателями всевозможных достоинств и рангов. Совещание начал Теофиль Зигфрид Байер[ii], профессор римских древностей, он зачитал на немецком языке хвалебную речь во славу императрицы и историю происхождения русского народа, а после него Якоб Герман, профессор высшей математики, готовился зачитать латинскую *речь о происхождении и развитии геометрии*. Но когда очередь говорить подошла к нему, то значительная часть времени уже истекла, он, посовещавшись, решил далее не задерживать столь примечательную публику иностранной речью и чуждым рассказом; он оставил незатронутой историю геометрии, зачитав лишь то, что касалось славного основателя Академии и нынешней Августейшей покровительницы. Далее им было кратко изложено рассуждение об улучшении телескопов, с выводом, по поводу которого от имени Академии и её членов возразил Христиан Гольдбах[iii]. Здесь полностью приведены обе эти речи[1], опубликованные B.L[2], из которых ты сможешь узнать смехотворное мнение Германа

[1] Имеются в виду речь Якоба Германа и реплика Христиана Гольдбаха.

[2] Вероятно, имеется в виду президент академии Л. Блюментрост.

об эффективности телескопов, сомнительное по той причине, и в большинстве иностранных общественных новостей подвергнутое отрицанию, что он не только всегда имел мнение прямо противоположное этому, но и подкреплял такое мнение в общественном собрании надлежащими обоснованиями, которые в его изложении теперь ты можешь сам прочесть, взвесить и оценить. Будь здоров[3].

IMPERATRIX
SEMPER AUGUSTA,
DOMINA ET PROTECTRIX
CLEMENTISSIMA

ИМПЕРАТРИЦА
ВЕЧНО АВГУСТЕЙШАЯ
ГОСПОЖА И ЗАЩИТНИЦА
МИЛОСЕРДНАЯ

[Прямая речь Якоба Германа] Мы уже второй раз собрались публично, побуждаемые доверием к милосердию Вашего Величества, и если бы мы встретились задолго до Академии, мы бы дали отчёт публике о наших трудах, в ответ на покровительство учёным и института просвещения. Ибо этого требовали Указы СЛАВНОГО ОСНОВАТЕЛЯ и наша благочестивая душа. Поэтому тогда я решил отпраздновать эту встречу, на которой мы с радостью вспоминали величайшие достижения Петра Великого, его величайшее благодеяние в этой Империи; я имею в виду августейший поступок, когда МУДРЫЙ МОНАРХ торжественно возвеличил и увенчал свою возлюбленную супругу императорской диадемой, и именно ей, единственной, вверил свою империю[iv]. Ибо он, по-видимому, при жизни еще не был удовлетворен собой и искал славы себе и Империи; что, стремясь во всем к лучшему, он радел о красе и счастьи своих подданных; он увеличил свою империю и не только украсил героическими поступками краткий путь своей жизни, но и продлил ее до вечности; но, заглядывая в будущие времена, он желаел увековечить свои лучшие и самые жизнеспособные институты, деятельность которых продолжается даже после его смерти. Столь достойные желания Монарха были благосклонно одобрены высшими силами, и под Вашим мудрым и счастливым правлением, о Августейшая Императрица, его установления вступили в силу и по милости Божией они будут процветать еще долгое время.

Но когда все это было готово к обсуждению в назначенное время на общем собрании, неожиданные препятствия привели к задержке; и даже в этом присутствие Вашего Величества, Милосерднейшей нашей ЗАЩИТНИЦЫ, Вы соизволили поддержать этот Академический акт, Вы добавили Академии совершенно новую и завидную честь, которую невозможно уничтожить никаким ходом времени. Коль скоро мне, недостойному, предстоит говорить в этом великолепном Собрании, признаюсь, что внутренняя скудость моя показывает меня недостойным для такой чести. Ибо, плененный любовью к математическим наукам, я направил всю силу своего ума на эти и другие родственные занятия, а в искусстве элегантной речи, которая есть дар могущественной природы, и который следует усовершенствовать частой практикой, я едва лишь сравнялся с начинающими. Ибо со мной случилось то, что случается и с другими математиками, а именно: сосредоточивая свои умы на духе доказательства, они придают меньшее значение речам и их украшениям; то же случилось в свое время и со мной.

По этой причине, которую я живо чувствую в себе, я полагаю, что со мной согласится всякий человек, а именно в том, что если бы я воздержался от выполнения этого долга, то это легло бы на плечи других профессоров Академии, и я принял на себя эту обязанность.

Мне не позволили добровольно уклониться, и я принимаю эту обязанность с трепетом. Поэтому я скажу если не изящно и подробно, то, по крайней мере, ясно и четко: а саму речь разделю на две части. В первой части – начало, развитие и, наконец, торжество наук, что, как признаться, будет кратко очерчено и разъяснено, и что необходимо сделать по двум причинам. Во-первых, нужно иметь прочный фундамент наших трудов, ибо заботы о наших знаниях отражают либо новизну изобретений, либо даже совершенствование знаний, найденных по пути к цели. Вторая причина в том, что делая это, мы выражаем самую обильную хвалу как за мудрейшие установления, так и за мудрейшие законы, которые ВЕЛИКИЙ ОСНОВАТЕЛЬ АКАДЕМИИ приказал заповедовать Ученым, чтобы узнавать все больше и больше, дабы приносить пользу всему миру, многие блага и славу даровал Бессмертный Монарх каждому нашему делу.

Вторая часть речи имеет значение примера и в качестве разработки темы будет прилечен полезный и любопытный аргумент из ОПТИКИ: *конечно, нет никакой надежды, что телескопы можно будет довести до такой степени совершенства, чтобы в телах, например, очень далеких от нас звездах, мы могли видеть через телескопы такие*

[3] Возможно, это предисловие написано президентом академии Л. Блюментростом или И.Д. Шумахером.

же частные и мелкие вещи, как те, которые мы обычно воспринимаем на Земле.

Итак, суть нашей речи возвращается к этим вещам: я уверен, что то, что я собираюсь сказать, будет принято милостивыми и доброжелательными слушателями, о чем я покорнейше искренне молю.

Для того, чтобы побуждение нашего долга по развитию и распространению наук могло проявиться более отчетливо, кажется абсолютно необходимым, чтобы мы кратко исследовали различные состояния, которые прошли наши науки со времени основания мира до наших дней.

Науки и искусства, являющиеся предметом Императорской Академии, – это Математические и Естественные науки, а также более изящные Литература и Нравственные Науки, а предшествующие им – Логика и Метафизика, поскольку они также могут дать новые наблюдения. *Матезис* – Математика, рассматриваемая в целом, т.к. является наукой о величине или количестве, и, поскольку она оперирует с количеством, имеет очень широкую сферу применения; Все, что существует в этом материальном мире, можно рассматривать как доли количества. Если я рассматриваю тела просто как протяженные, наделенные тремя измерениями длины, ширины и высоты и делимые без ограничений, то тела, рассматриваемые таким образом, составляют для меня объект *Геометрии*, хотя и посредством абстракции; но если я посредством абстракции ума только созерцаю тело, как если бы оно было целым, состоящим из многих частей, но состоящим еще из чисел, то же самое тело рассматривается уже арифметически. Ведь арифметика – это наука о числах. Если же тело представляется мне не просто протяженным и делимым, а скорее подвижным и способным перемещаться, то передо мной стоит другой вид количества, подлежащий рассмотрению, и благодаря этому новому виду количества возникает другая часть математики. Рождается то, что мы можем назвать механикой или, в более общем смысле, форономикой, поскольку это законы всех движений, независимо от того, происходят ли эти движения тел от сил, приложенных извне, или от взаимного удара и столкновения тел друг с другом, или даже эти движения являются результатом гравитации, бесконечно действующей на тела. Свет, поскольку он распространяется по прямым линиям и наделен всеми свойствами количества, в равной степени принадлежит *Матезису* (математике) и составляет особую его часть, которая в более общем смысле называется оптикой; но эта *Оптика*, в самом широком смысле, содержит в себе часть Оптики, имеющую дело с направленными лучами, а именно, *Катоптрику*, исследующую повторно отраженные от поверхностей лучи, посредством чего объясняются свойства поверхностей зеркал; и, наконец, *Диоптрика*, которая разбивает лучи, преломленные прозрачными линзами различной конструкции и таким образом выявляет природу, силы и методы усиления всех тех инструментов, которые сделаны из стекол различной формы. Даже из небесных тел, в беспорядке разбросанных по небесам, но не бесчисленных, некоторые сияют своим собственным светом, как солнце, а другие светятся светом, заимствованным у солнца, и движутся по своим кругам по установленным законам, занимая особую часть Математики, называемую обычно *Астрономией*. Что было сделано в каждой из этих частей математики, надо было бы проследить вкратце; но этот вопрос настолько обширен, что может претендовать на вполне весомый трактат, излагать который сейчас неуместно, мы ограничим наше повествование одной только *Геометрией*, которая является основой и фундаментом всех остальных частей *Математики*. Что касается Геометрии, то она уже доведена от простейших принципов до замечательного совершенства. Платон в «Федре» утверждает, что изобретатель этой науки Тот почитался у египтян как божество, поскольку слава изобретения столь благородной науки подобает только богу. Однако общее мнение сводится к тому, что египтянам было необходимо знать геометрию, ибо когда Нил каждый год разливался, заполнял поля водой и илом, границы полей были настолько размыты, что представляли собой постоянный источник споров и раздоров; существовало некое искусство, с помощью которого споры о границах разрешались, и это искусство действительно составляла Геометрия. Лаэртий утверждает, что геометрия впервые была принесена в Грецию из Египта Фалесом Милетским, хотя тот же Лаэртий свидетельствует, что Евфорб Фрикс[v] еще столетием раньше составил обзор линий, он нашел разносторонний треугольник, или метод составления любого треугольника из трех линий, то есть предложение XXII первой книги Начал Евклида; и этот Евфорб был первым среди греков, занимавшимся геометрией[vi].

Что касается Фалеса, то он родился в 120-м году от основания Рима, или в 632-м году до Рождества Христова, и был первым, кто был назван именем Мудрого (Sapientis). В геометрии он нашел прямоугольный треугольник в круге, или Предложение XXXI Третьей книги *Начал*, что звучит там так: Угол в полукруге прямой. А еще пятое (предложение) из Первой книги *Начал*: углы равнобедренных треугольников равны при противоположных вершинах[vii]. И иное в (предложении) XV, что противоположные углы у вершины равны[viii]. Также XXVI. О равенстве всех треугольников по одной стороне и примыкающим к ней углам[ix]. Он также доказал, что диаметр делит круг пополам, и как определять высоту египетских пирамид по их тени. Это встречается также в способе вписания равностороннего треугольника в круг, о чем известно, что когда он нашел этот способ, то принес в жертву музам быка.

Следующим преемником Фалеса стал *Мамерций*[x], выдающийся геометр, которого хвалят за открытие геометрии (Geometrica, геометрические положения), но чье открытие не передалось последующим поколениям из-за несправедливости времени. Аметиста (Amethisti), жившего примерно в то же время и прославленного Проклом как блестящего геометра и первооткрывателя геометрических понятий, постигла та же участь.

В том же веке умер Пифагор из Самоса, который также был в Египте и Персии[xi], он преуспел в математике, особенно в арифметике, астрономии и музыке. В *Геометрии* говорится, что он нашел XXXII Предложение Первой книги *Начал*; Три угла любого прямоугольного треугольника равны двум прямым углам[xii]. Он также нашел доказательство XLVII предложения из Первой книги *Начал* Евклида: В прямоугольном треугольнике квадрат стягивающей стороны равен квадратам содержащих его сторон[xiii]; как записано, за это открытие он принес музам Гекатомбу[4] в знак благодарности. После Пифагора в третьем веке от основания Рима это учение развивали Анаксагор из Клазомен (Anaxagoras Clazomenius), труды которого погибли, и Энопид Хиосский (Oenopides Chius), открывший Двенадцатое предложение из Первой книги *Начал*, а именно, проведение перпендикуляра к заданной линии из данной точки вне ее; и Двадцать четвертое (предложение) из той же книги, то есть на данной прямой при данной точке, построить прямолинейный угол, равный данному углу[xiv].

Позже Гиппократ Хиосский исследовал квадратуру круга и обнаружил так называемые гиппократовы луночки, ныне всем известные. Говорят, что здесь тот же Гиппократ написал первые *Начала* геометрии, которые, однако, не сохранились[xv]. За этим последовали другие геометры: Феодор из Кирены, Тимей из Локр, Демокрит из Милета[5] и Протагор, которого приветствует божественный Платон, наиболее прилежно следующий за Матезеос (математикой); он ни одного дня не допускал в свою школу тех, кто не знал геометрии; он первый рассмотрел коническое и цилиндрическое сечения; более того, что самое важное, он нашел аналитический метод доказательства, который состоит в предположении, что искомое уже найдено, ибо таким образом он нашел то, что искал, путем решения. В самом деле, у нас нет от него никакой геометрии, кроме метода нахождения двух пропорциональных средних, который излагает Евтокий, несомненно, ставя вопрос об удвоении куба, поскольку с ним советовались делосцы, а эта проблема сводится к другой – нахождение двух пропорциональных средних[xvi]. Говорят, что Евдокс Книдский, спутник Платона в Египте, изложил пропорции в Пятой книге *Начал*. Аристей Старший до Евклида много писал о кониках; то же самое касается разрешения и телесных мест, как у Паппа Александрийского, книга Пятая[xvii]. Эти ныне утраченные божественные сочинения, Винченцо Вивиани, выдающийся флорентийский геометр, пытался восстановить, обратившись к этому в ученом труде о твердых телах, о чем он написал Людовику XIV, королю Галлии. Геминус исследовал линии спирали, конхоиды и циссоиды; говорят также, что *Perseum*[xviii] *Citticum (?)* проводил исследования в том же направлении. Их преемником стал геометр Евклид, о котором большинство людей думает, что это Евклид Мегарский, из города Мегара на Мегарском перешейке, по имени которого город был назван Мегарикой. Однако Евклид долгое время преподавал геометрию в Александрии и удостоился редкой похвалы за то, что никогда не впадал в паралогизм[6]. На самом деле он не был первым, составившим *Начала геометрии*, но пятым по счету; тем не менее, он обогнал своих предшественников, потому что составил свои *Начала* в таком поразительном порядке. Ибо в них все так упорядочено и распределено, что создает совершенную Науку, которую невозможно уничтожить никаким оружием скептиков. Мы не считаем необходимым сообщать содержание всех пятнадцати книг, из которых составлены *Начала* Евклида, поскольку это всеобщее достояние, но мы хотя бы кратко укажем самое важное, о чем не следует умалчивать. В этих самых Началах Евклида содержится самый точный метод рассуждения, а потому и совершенная Логика. Евклид также пишет книгу Данные (Datorum), в которой исследует, какие из некоторых данных

[4] Торжественное жертвоприношение ста животных, как правило, быков.

[5] У Германа неточность: Демокрит происходил из Абдер, а его учитель Левкипп – из Милета.

[6] Логические ошибки.

возникают как в действительности, так и в познании; и эта книга, хотя и небольшая по размеру, тем не менее имеет большое значение, поскольку содержит образцы древних аналитических рассуждений, которые, однако, большинство людей считали утерянными. Со времен Евклида среди геометров не было опубликовано ничего интересного, вплоть до Архимеда Сиракузского, который творил за 250 лет до Рождества Христова и назывался князем (принцем) математиков; ибо в своих книгах он писал *О сфере и цилиндре, О размерах круга, О коноидах и сфероидах, О спиральных линиях, О квадратуре параболы, О плавающих телах*, и об *Исчислении песчинок*, где он представляет так много возвышенных образцов своего искусства, что кажется, что он превзошел гениальностью всех своих предшественников. Он был первым, кто нашел отношение цилиндра к вписанной сфере, ибо поверхность цилиндра, исключая основания, равна поверхности сферы. Он также показал, что каждый круг равновелик треугольнику, основание которого есть длина окружности, а высота равна его полудиаметру; и он определил отношение между длиной окружности и диаметром по наименьшим числам, но весьма близко приблизившись к истине, как отношение чисел 22 к 7. Он первым спрямил кривую линию, сравнив с прямой, и показал, что парабола равна [может быть измерена] описанному параллелограмму два на три[xix]. И использовал эти принципы как подлинную основу высшей геометрии. Он был первым, кто продемонстрировал геометрически законы равновесия в своей книге об эквивалентах[7], и он заложил основы гидростатики в том, что писал *О плавающих телах*, что впоследствии было подтверждено бесчисленными экспериментами. Он шел по высоким путям, поэтому большинству этот Автор кажется трудным, но некоторые более поздние авторы упростили его трактаты. Ибо Эванжелиста Торричелли не только обосновал книгу о сфере и цилиндре понятнее, чем это сделал Архимед, но также удивительно, насколько он обогатил сочинение о сферических телах; а квадратуру параболы, которую он обосновывает в специальной книге более чем 27-ю различными способами[xx], он сделал более легкой для понимания, отчасти с помощью метода вписанных и описанных фигур, отчасти также с помощью метода неделимых Бонавентуры Кавальериуса, о котором позже я хочу сказать подробнее.

В шестом веке от основания Рима, примерно за 150 лет до Рождества Христова, процветал Аполлоний Пергский, родившийся в Перге, городе в Памфилии, и прозванный Великим Геометром благодаря его выдающемуся геометрическому учению, которое он опубликовал в восьми книгах по коническим сечениям, имевших большой успех. До этого Аристей, Евклид и, возможно, другие, рассматривали конические сечения, но никто из них не излагает это учение так подробно, как Аполлоний. Под коническими сечениями понимаются фигуры, полученные сечением конуса плоскостью, как бы проведенной через конус; и три названы: эллипс, гипербола и парабола. Древние предшественники Аполлония строили эллипс из острого конуса, гиперболу из тупого конуса и, наконец, параболу из прямоугольного. Но Аполлоний создал из каждого острого, тупого или прямоугольного конуса три отдельных сечения, а именно эллипс, гиперболу и параболу. И он разъяснял выводы и свойства этих фигур с поразительной изобретательностью и точностью геометрических доказательств. Если же он кому-то покажется трудным в своих доказательствах и во многом слишком скрупулезным, обосновывая то, что, по-видимому, не нуждается в обосновании, то это скорее служит ему похвалой, чем порицанием. Ибо древние, пренебрегая слишком подробным доказательством, имели обыкновение рассматривать мельчайшие понятия, которые выходили за пределы их определений и аксиом, и решили обосновать все, чтобы отсечь всякую уловку скептика, и трактовали свои доводы о ложном поистине демонстративным методом – что, конечно, нельзя сделать иначе без того, чтобы демонстрации их труда не показались бы сложными и трудными для нетерпеливых. Однако верно, что все учение о конических сечениях можно изложить несколько легче и проще, чем это сделал Аполлоний, и что с этой стороны теряется ясность и достоверность доказательств, которые действительно показали Мидоргий[xxi], Григорий из Сен-Винцента[xxii], Вивиани[xxiii], де ла Гир и другие; но особенно Маркиз де Лопиталь, который в своем посмертном *Трактате о конических сечениях*[xxiv] очень упрощенно продемонстрировал свойства этих фигур, но они использовались в большей части *Блистательного анализа* (Analysi Speciosa). Тот же Аполлоний написал еще другие книги, а именно: *Отсечение отношения*[xxv], *Касания*[xxvi] и *О винтовых линиях*[xxvii], которые, за исключением первой, как известно, не сохранились; но случилось, что в одной библиотеке, если не на греческом, то, по крайней мере, на арабском, нашлась затерянная книга об *Отсечении отношений*; благородный Эдм. Галлей обнаружил

[7] О равновесии плоских фигур, или о центрах тяжести плоских фигур.

ее, перевел с арабского языка на латынь и опубликовал. Эта книга целиком посвящена разбору геометрической задачи, которая сводится к тому, чтобы *из данной точки вне двух данных линий провести третью линию, которая от биссектрисы двух данных линий отсечет части, находящиеся в данном отношении*. Трудно выразить, с какой тщательностью и с каким изяществом была решена эта задача; эта книга тем более ценна, чем яснее становится из нее, какой анализ использовали древние при решении Проблем.

Со времен Аполлония и до Феодосия Трипольского[xxviii] в геометрии не появилось ничего нового, за исключением того, что Серен Антинойский[xxix] показал, иллюстрируя Евклидовы *Начала*, как эллиптическую фигуру, являющуюся одним из конических сечений, можно вырезать также и из цилиндра; и исследовал способы нахождения двух пропорциональных средних между двумя данными, к чему сводится задача об удвоении куба, в поиск решения которой многие вложили немало трудов. Но Феодосий, издав три книги *Сферики*, уделил немалое внимание сферической астрономии и географии, ибо в этих книгах *Сферики* он передал элементы, с помощью которых демонстрируются свойства различных плоскостей и кругов в сфере. Его следует поставить в один ряд с Менелаем Милезиусом[xxx], который процветал в первом веке от Рождества Христова и написал 6 книг о стягивающих и хордах[8], в которых дает метод построения канона стягивающих для тригонометрических целей. Он также написал три книги о сферических треугольниках, поскольку Астрономия никак не может обойтись без сферической тригонометрии. Даже если бы я никогда не знал об этом авторе, я считаю, что и усердие неотериков[xxxi][9], и расчет хорд иных синусов, и тригонометрический расчет отрезков, и даже свойства самих сферических треугольников сделало их гораздо проще и удобнее для практики, особенно после появления замечательных логарифмов, благодаря которым в удивительной степени сокращается вычислительный труд.

Расцвет астронома Клавдия Птолемея пришелся на второе столетие от Рождества Христова. Здесь, в своем *Астрономическом сочинении*, он много рассказывает о каноне хорд (Canone Subtensarum) для использования в тригонометрии, и приводит полученную превосходную теорему о вписанном в окружность четырехугольнике, в которой он показал, что прямоугольники противоположных сторон равны прямоугольникам диагоналей, что чрезвычайно полезно при расчете стягивающих[xxxii]. В III веке[10] до Р.Х. Никомед писал о конхоиде, с помощью которой можно найти две средние пропорциональные между заданными величинами и таким образом дать решение Делосской проблемы об удвоении куба; он также пытался найти трисекцию угла. И, наконец, в V веке[11] от Рождества Христова прославился Папп Александрийский[xxxiii], издавший *Математическое собрание* (Collectiones Mathematicas), в котором объединил как свои открытия, так и открытия других. Ибо эти сборники содержат важнейшие геометрические и астрономические задачи, которые были наиболее популярны в его время. Разумеется, он приводит различные интерпретации Делосской задачи и проблемы трисекции угла; в 7-й книге[xxxiv] он различает двойной метод составления и возврата[12] и перечисляет тридцать старинных книг, относящихся к аналитическому методу, большинство из которых, однако, что весьма прискорбно, уже не существует, либо скрыты в безвестности в библиотеках и борются с тараканами и молью, или погибли из-за безжалостности времени. Папп также приводит замечательную теорему, обычно приписываемую Гульдину[xxxv], которую прояснил благородный Эдмунд Галлей, о том, что объем тела, полученного вращением плоской фигуры вокруг оси, равен площади фигуры, умноженной на длину окружности, описываемой центром тяжести фигуры. Эту теорему геометры с пользой применяли, измеряя твердые тела. Но после открытия так называемого исчисления бесконечных мы склоняемся к тому, что более, чем эта теорема, нам и не нужно. Я не упомянул отдельных авторов античности, занимавшихся геометрией, потому что все те, кого я не назвал поименно, потратили свои труды на иллюстрирование либо *Начал* Евклида, либо *Коник* Аполлония, либо даже

---

[8] *Subtensis* переводится и понимается и как хорда, и как стягивающая, стяжка, например, гипотенуза в прямоугольном треугольнике.

[9] От греч. *neoteroi* – новые, кружок римских поэтов середины I в. до н. э., представителей правящих слоев, которые культивировали малые литературные формы (эпиграмму, элегию, эпиллий), сознательно противопоставив их эпосу и драме. Неотерики брали за образец греческую, главным образом александрийскую поэзию. Помимо стихотворений «на случай», ими произведения, отмеченные ученостью и изысканным совершенством формы. Значение неотериков для развития римской литературы состоит в том, что они первыми из римлян утвердили подход к литературе как к искусству, нашли поэтическую форму для выражения интимных переживаний. Совершенно владея языком и поэтической техникой, они установили высокие критерии в поэзии. Среди других к этой школе принадлежали Публий Валерий Катон, Гай Лициний Кальв, Гай Гельвий Цинна и – наиболее известный – Гай Валерий Катулл.

[10] В оригинале в XIV в.

[11] Ошибка или опечаткав тексте Германа.

[11] Methodum compositionis et revolutionis.

Сочинений Архимеда, либо только для того, чтобы найти какой-то способ удвоить куб, найти трисекцию дуги, или какое из правильных тел, вписанных в сферу, но во всех этих случаях это геометрия, не обогащенная никаким новым открытием; по этой причине и все, кто из древних напрасно искал квадратуру круга, остались в тишине прошлого, за исключением только Гиппократа Хиосского, чья превосходная, хоть и легко находящаяся, квадратура луночек сохранилась в памяти. Но прежде чем я оставлю открытия древних, я должен кратко упомянуть, что в IX веке от Рождества Христова у арабов очень сильно процветали математические науки, хотя никто из них не добавил к открытиям древних греков ничего своего, но они направили все свое усердие на перевод памятников древней геометрии на арабский язык. Поэтому книги, которых уже нет на греческом, сохранились кое-где в библиотеках на арабском языке.

---

[i] Это заседание проводилось в первом Екатерининском дворце Царского села.

[ii] Готлиб Зигфрид Байер (Gottlieb Siegfried Bayer, 1694–1738) – немецкий историк, филолог, один из первых академиков Петербургской академии наук и исследователь русских древностей. Зачинатель истории как науки в России.

[iii] Христиан Гольдбах (Christian Goldbach, 1690–1764) – прусский и российский математик; действительный член (профессор математики с 1725 г.), первый конференц-секретарь и советник Академии наук и художеств, тайный советник.

[iv] Манифестом от 15 ноября 1723-го года Пётр объявил о будущей коронации Екатерины в знак особых её заслуг. Церемония прошла в Успенском соборе 7 (18) мая 1724-го года. Специально для этого случая была изготовлена первая в истории Российской империи корона. 28 января (8 февраля) 1725-го года Екатерина I взошла на престол. Царица скончалась в 9 часов вечера 6 (17) мая 1727-го года от осложнений абсцесса лёгкого.

[v] Эвфорб, Euphorbus Phryx, по легенде – одно из воплощений души Пифагора.

[vi] Евклид, Кн. 1, Предложение 22. Из трех прямых, которые равны трем данным [прямым], составить треугольник; нужно, однако, чтобы две <прямые, взятые вместе>, при всяком их выборе были бы больше оставшейся [вследствие того, что во всяком треугольнике две стороны, <взятые вместе> при всяком их выборе, больше оставшейся]. [Начала Евклида. Кн I–VI. М. –Л., 1948. С. 54].

[vii] Первая книга *Начал*, Предложение 5. У равнобедренных треугольников углы при основании равны между собой, и по продолжении равных прямых углы под основанием будут равны между собой [ibid., с. 19–20].

[viii] Предложение 15 Первой книги *Начал*. Если две прямые пересекаются, то образуют углы через вершину, равные между собой. [ibid., с. 28–29].

[ix] Предложение 26 Первой книги *Начал*. Если два треугольника имеют два угла, равных двум углам каждый каждому, и одну сторону, равную одной стороне, либо заключающейся между равными углами, либо стягивающей один из равных углов, то они будут иметь и остальные стороны равными остальным сторонам [каждая каждой] и оставшийся угол оставшемуся углу. [ibid., с. 37–39].

[x] Mamertius упоминается в книге Greek mathematics / ed. By T.E. Page – London: William Heinemann LTD, MCMLVII (1957) – p. 147. – «Из-за плохого состояния рукописей мы не можем знать наверняка, какое имя Гиппий (и Прокл, благодаря которому до нас дошло это сообщение) считал именем брата, но, возможно, это было Мамерк. Больше о нем ничего не известно».

[xi] Достоверных свидетельств о путешествиях Пифагора не сохранилось.

[xii] Предложение 32 из Первой книги *Начал*. Во всяком треугольнике по продолжении одной из сторон внешний угол равен двум внутренним и противолежащим, и внутренние три угла треугольника <вместе> равны двум прямым. [Начала Евклида. Кн I–VI. М.-Л., 1948, с. 43–44].

[xiii] Предложение 47 из Первой книги *Начал*. В прямоугольных треугольниках квадрат на стороне, стягивающей прямой угол, равен <вместе взятым> квадратам на сторонах, заключающих прямой угол. [ibid., с. 58–59].

[xiv] Предложение 12 из Первой книги *Начал*. К данной неограниченной прямой из заданной точки, на ней не находящейся, провести перпендикулярную прямую линию. [ibid., с. 25]. Предложение 24 из той же книги: Если два треугольника имеют две стороны, равные двум сторонам каждая каждой, но заключенный между равными сторонами угол <в одном> больше, <чем в другом>, то и основание <в первом> будет больше основания <во втором>. Вероятно, Герман имел в виду Двадцать третье предложение: На данной прямой при данной её точке построить прямолинейный угол, равный данному прямолинейному углу. [ibid., с. 35].

[xv] Основная научная заслуга Гиппократа – составление первого полного свода геометрических знаний. Этот текст не сохранился. У Гиппократа были иные важные результаты – например, его подход к задаче удвоения куба (две средние пропорциональные) привел к открытию и изучению конических сечений. Он назвал его *Начала*, основав тем самым традицию, которой позже следовали Евклид и многие другие учёные. Ван дер Варден предполагает, что *Начала* Гиппократа охватывали материал примерно в объёме I–IV книг *Начал* Евклида.

[xvi] Идея о двух средних пропорциональных принадлежит Гиппократу, а не Платону.

[xvii] В пятой книге Паппа первую её половину составляет изложение учения Зенодора об изопериметрических свойствах плоских фигур и поверхностей (здесь, в частности, Папп приводит утверждение о том, что круг имеет бóльшую площадь, чем любой правильный многоугольник того же периметра), а вторую половину – учение о правильных телах. Аристей Старший (др.-греч. Ἀρισταῖος ὁ Πρεσβύτερος, около 300 года до н. э.) – древнегреческий математик, современник Евклида. Папп Александрийский сообщает, что Аристей был автором трактата «О пространственных местах» в пяти книгах. Гипсикл в принадлежащей ему дополнительной XIV книге Начал Евклида сообщает, что Аристею принадлежала книга «О сравнении пяти правильных тел». Вивиани предложил свою реконструкцию утерянной V книги «Конических сечений» Аполлония (по сохранившимся комментариям к ней). В 1701 г. Вивиани издал книгу *De locis solidis secunda divinatio geometrica in quinque libros iniuria temporum amissos Aristaei senioris geometrae* (О местах твердых тел – второе геометрическое изыскание в пяти книгах об утраченных в веках трактатах геометра Аристея Старшего [...]. Сочинение о кониках, содержащее элементы трактатов).

[xviii] Персей (ок. 150 до н. э.) – древнегреческий математик. Ни одна из его работ не сохранилась. Персей известен только по нескольким упоминаниям у Прокла и Гемина, которые пишут о нём как об открывателе спирических линий – сечений тора плоскостью, параллельной его оси.

[xix] Если на основании АВ сегмента и его оси ОС построить прямоугольник (параллелограмм), то площадь параболического сегмента будет равна двум третям площади этого параллелограмма. http://www.teoretmeh.ru/history3.htm Площадь параболического сегмента составляет 2/3 площади прямоугольника, построенного на основании и высоте параболического сегмента.

[xx] Торричелли обобщил правило квадратуры параболы на случай произвольного рационального показателя степени. При исследовании семейства парабол открыл понятие огибающей.

[xxi] Клод Мидорж (Claude Mydorge, 1585–1647) – французский геометр. Сочинение о конических сечениях *Prodromi catoptricorum et dioptricorum sive Conicorum operis ad abdita radii reflexi et refracti mysteria praevii et facem praeferentis libri primus et secundus*, первые две книги которого появились в 1631 г., а две следующие – в 1639 г. Позднее оно вышло вторым изданием.

[xxii] Григорий из Сен-Винцента (Gregorius a Sancto Vincentio, Grégoire de Saint-Vincent, Грегуар де Сен-Венсан, Грегори из Сен-Винсента, 1584–1667) – бельгийский математик, иезуит. В своём *Геометрическом труде* (1647) занимался вычислением площадей криволинейных фигур и объёмов тел. Для этого он, следуя древнегреческим учёным, вписывал в те и другие столько параллелограммов и параллелепипедов, чтобы они «исчерпали» (термин впервые употребленим самим) площадь или (соответственно) объём.

[xxiii] Винченцо Вивиани (Vincenzo Viviani, 1622–1703) – итальянский физик и математик, ученик Галилея и Торричелли.

[xxiv] Сочинение Лопиталя «Аналитический трактат о конических сечениях» (Traité analytique des sections coniques), было напечатано в 1707 году.

[xxv] Sectione rationis, в двух книгах, содержащих 180 теорем. Рассматривается следующая задача: даны две прямые и на каждой отмечено по точке; дана также третья точка, не совпадающая с первыми двумя, и требуется провести через неё прямую так, чтобы она отсекала на заданных прямых отрезки (считая от отмеченных точек), находящиеся в заданном отношении.

[xxvi] *De Tactionibus et de Inclinationibus* в двух книгах, содержащих 60 теорем. В книге решается знаменитая проблема касания Аполлония: заданы три объекта, каждый из которых может быть точкой, прямой или окружностью. Требуется построить окружность, которая касается всех заданных объектов (для точки вместо касания требуется прохождение через неё).

[xxvii] *De Cochlea conscripsit*. Предположительно здесь рассматривались спирали на поверхности цилиндра.

[xxviii] Theodosius, Феодосий – древнегреческий математик и астроном, часто называемый Феодосием Триполийским. Относительно его времени жизни и биографии существуют различные мнения, опирающиеся на противоречивые сообщения древних историков, ошибочно объединявших несколько лиц, носивших это имя. Он жил, по всей вероятности, во второй половине II в. до н. э., хотя его обычно называли современником Цицерона (середина I в. до н. э.). Основное дошедшее до нас сочинение Феодосия называется *Сферика*. Оно состоит из трёх книг. Первая книга содержит 6 определений и 23 предложения, носящих элементарный характер. В 23 предложениях второй книги рассматриваются свойства кругов, наклонных друг к другу. Третья книга состоит из 14 предложений, относящихся к системам параллельных и пересекающихся кругов на сфере. Здесь выясняется служебная роль сферики по отношению к астрономии, хотя все теоремы сформулированы и доказаны чисто геометрически, без упоминания реальных астрономических объектов.

[xxix] Серен Антинойский (Serenus) – позднеантичный греческий математик IV века. Подробности его биографии неизвестны. Из трудов Серена сохранились два: *О сечении цилиндра* и *О сечении конуса*. Одной из целей Серена было доказать, что сечения цилиндра и конуса дают однотипные эллипсы.

[xxx] Менелай Александрийский (Menelaos ho Alexandreus; ок. 100 н. э.) – древнегреческий математик и астроном. Главное сочинение Менелая – *Сферика* в трёх книгах. В I книге *Сферики* дается определение сферического треугольника и связанных с ним понятий. В 39 предложениях этой книги речь идёт о свойствах сферических треугольников. Книге III предшествуют леммы о составных отношениях, на которых строятся дальнейшие доказательства. Эта книга открывается теоремой о полном четырёхстороннике (известной также как «теорема шести величин» или «теорема о трансверсалях»). Она доказывается сначала для плоского случая, а затем переносится центральным проектированием на сферу. При этом Менелай формулирует её сферический вариант не на языке отношений синусов, как это стали делать впоследствии Ибн Ирак и другие математики стран ислама, но на языке отношений хорд. Менелаем были написаны не дошедшие до нас сочинения «О вычислении хорд» в 6 книгах, *Начала геометрии* в 3 книгах, *Книга о треугольнике, Книга о заходах знаков зодиака*.

[xxxi] От греч. *neoteroi* – новые, кружок римских поэтов середины I в. до н. э., представителей правящих слоев, которые культивировали малые литературные формы (эпиграмму, элегию, эпиллий), сознательно противопоставив их эпосу и драме. Неотерики брали за образец греческую, главным образом александрийскую поэзию. Помимо стихотворений «на случай», ими произведения, отмеченные ученостью и изысканным совершенством формы. Значение неотериков для развития римской литературы состоит в том, что они первыми из римлян утвердили подход к литературе как к искусству, нашли поэтическую форму для выражения интимных переживаний. Совершенно владея языком и поэтической техникой, они установили высокие критерии в поэзии. Среди других к этой школе принадлежали Публий Валерий Катон, Гай Лициний Кальв, Гай Гельвий Цинна и – наиболее известный – Гай Валерий Катулл.

[xxxii] Если четырехугольник вписан в окружность, то произведение его диагоналей равно сумме произведений его противолежащих сторон. (Альмагест Птолемея, рус.изд., с. 17–18). Исходя из теоремы о произведении диагоналей вписанного в круг четырёхугольника, Птолемей определил хорды дуг в 1½° и ¾° и приближённо вычислил по ним хорду дуги в 1°. При этом он основывался на установленной им теореме, согласно которой отношение большей хорды к меньшей менее отношения стягиваемых ими дуг. Составил таблицу хорд, соответствующим дугам от 0 до 180°; ввёл деление градуса на минуты и секунды.

[xxxiii] Папп Александрийский – математик и механик эпохи позднего эллинизма, живший и работавший в Александрии. Ни год рождения, ни год смерти Паппа не известны. Одни источники относят его деятельность ко 2-й половине III века, другие – к IV веку; советский историк науки Н.Д. Моисеев писал, что Папп «жил, по всей вероятности, в конце III или в начале IV века».

[xxxiv] В Седьмой книге разъясняются на примерах методы анализа и синтеза, развитые древнегреческими учёными.

[xxxv] Теорема 1. Площадь поверхности тела, образованного вращением плоской линии (замкнутой или незамкнутой) вокруг оси, лежащей в плоскости этой линии и не пересекающей её, равна произведению длины вращающейся линии на длину окружности, радиусом которой служит расстояние от оси до барицентра линии. Теорема 2. Объём тела, образованного вращением плоской фигуры вокруг оси, расположенной в той же плоскости и не пересекающей фигуру, равен площади фигуры, умноженной на длину окружности, радиусом которой служит расстояние от оси вращения до барицентра фигуры.

Информация об авторе

Синкевич Галина Ивановна, доктор физ.-мат. наук, профессор кафедры математики
Санкт-Петербургский государственный архитектурно-строительный университет (СПбГАСУ)
190005, С.-Петербург, Российская Федерация, 2-я Красноармейская, 4

Information about author

Sinkevich Galina Ivanovna, Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor Department of Mathematics
St. Petersburg State University of Architecture and Civil Engineering
190005, St.-Petersburg, Russian Federation, 2-th Krasnoarmeyskaya, 4