Библиотека Чебышевского сборника

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Министерство просвещения Российской Федерации
Российская академия наук
Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова
Математический институт им. В. А. Стеклова РАН
Институт истории естествознания и техники им. С. И. Вавилова РАН
Московский педагогический государственный университет
Тульский государственный педагогический университет им. Л. Н. Толстого
Тульский государственный университет

Алгебра, теория чисел, дискретная геометрия и многомасштабное моделирование: современные проблемы, приложения и проблемы истории

Материалы XXI Международной конференции, посвященной 85-летию со дня рождения А. А Карацубы.

Тула, 17–21 мая 2022 года

Тула 2022

ББК 22.1
УДК 51
А45

Алгебра, теория чисел, дискретная геометрия и многомасштабное моделирование: Современные проблемы, приложения и проблемы истории: Материалы XXI Международной конференции, посвященной 85-летию со дня рождения А. А Карацубы. —

Тула: Тул. гос. пед. ун-т им. Л. Н. Толстого, 2022. – 225 с.
ISBN 5–87954–388–9

ББК 22.1
УДК 51

ISBN 5–87954–388–9

Если такой инструмент будет создан, то это будет дополнительной мотивацией для молодых исследователей, когда они будут знать, что принцип *никто не забыт, ничто не забыто* соблюдается для отечественной теории чисел. А то, что ряды специалистов по теории чисел должны непрерывно пополняться, очевидно для любого, кто серьезно относится к проблемам информационной безопасности.

СПИСОК ЦИТИРОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Б. Н. Делоне. Петербургская школа теории чисел. — М.-Л.: Изд-во АН СССР, 1947. — 419 с.
2. Математика в СССР за тридцать лет. 1917–1947. / ред.: Курош А. Г., Маркушевич А. И., Рашевский П. К. — М.: ГИТТЛ, 1948. — 1043 с.
3. Математика в СССР за сорок лет 1917–1957 (Том 1). / гл. ред. Курош А. Г. — М.: Физматгиз, 1959. — 1000 с.
4. Математика в СССР за сорок лет 1917–1957 (Том 2). / гл. ред. Курош А. Г. — М.: Физматгиз, 1959. — 821 с.
5. Л. Д. Фаддеев, И. А. Лавров. Российские математические школы // Вестник Российской академии наук. 1999. Том 69 № 5. С.391–397.

УДК 511.32

История тождества Эйлера

Г. И. Синкевич (Россия, г. Санкт-Петербург)
Санкт-Петербургский государственный архитектурно-строительный университет
e-mail: galina.sinkevich@gmail.com

Euler identity history

G. I. Sinkevich (Russia, Saint-Petersburg)
Saint Petersburg State University of Architecture and Civil Engineering
e-mail: galina.sinkevich@gmail.com

История самой красивой формулы математики

$$e^{i\pi} = -1$$

известна за исключением одной небольшой детали: кто же впервые написал её в приведённом нами виде? У самого Эйлера в таком виде формулы нет. Приведём хронологию предшествующих математических событий.

В 1545 г. Джироламо Кардано в своей книге *Великое искусство* получил корни из отрицательных величин при исследовании общей формулы кубического уравнения.

В 1572 г. инженер-гидравлик Р. Бомбелли в книге *Алгебра* указал на возможность определить отношение равенства, сумму и произведение комплексных чисел.

В 1614 г. Джон Непер опубликовал*Описание удивительной таблицы логарифмов*, содержащую понятие логарифма и таблицы логарифмов тригонометрических функций.

В 1637 г. Рене Декарт в своей *Геометрии* рассматривал задачу о пересечении окружности с параболой. Случай раздельного положения параболы и окружности Декарт рассматривал как наличие лишь воображаемых (imaginariae) корней.

В 1685 г. Джон Валлис в трактате *Алгебра* впервые сделал попытку дать геометрическую и физическую интерпретацию отрицательным и мнимым числам. Он рассматривает мнимое число как среднее пропорциональное между положительной и отрицательной величиной, т.е. как вертикальный отрезок по отношению к действительной прямой.

В 1702 г. Иоганн Бернулли рассматривал проблему вычисления логарифма отрицательного числа. Обсуждение этого вопроса с Лейбницем протянулось до 1712 г. Лейбниц полагал, что он должен быть комплексным. Бернулли, а потом и Даламбер, считали, что вещественным.

В 1707, а затем в 1722 году у Абрахама Муавра появилась тригонометрическая интерпретация комплексного числа. Используя известные тригонометрические соотношения, Муавр пришёл к формуле возведения в степень и извлечения корня натуральной (до 7-й) степени из комплексного числа.

В 1714 г. математик и астроном Роджер Коутс в работе *Измерения отношений* в словесном виде высказал формулу

$$ln(cosx + isinx) = xi$$

В 1730-1740-х годах Леонард Эйлер в Петербурге разработал основы теории функций комплексного переменного. Он использовал более удобные обозначения: e (1728), pi (1736), i (1777). Но ещё долго математики использовали старые обозначения. В своих работах Эйлер переходил от координат точки к комплексному числу, представлял его в полярных координатах.

В 1749 г. Эйлер сделал доклад в Берлинской академии наук *О логарифмах отрицательных и мнимых чисел*, в котором приводит формулу

$$ln(-1) = (\pi \pm 2\pi n)\sqrt{(-1)}$$

и её частный случай для n=0. Отсюда лишь малый шаг до названной в начале наших тезисов формулы, но Эйлер его не делает.

В XIX веке геометрическая интерпретация комплексного числа была открыта Весселем и Арганом, и развита в работах Гаусса, Грассмана, Гамильтона и других учёных.

Работа норвежского геодезиста и картографа Каспара Весселя *Опыт об аналитическом представлении направления и его примененияx* (1797, опубл. в 1799 на датском языке) осталась неизвестной математическому сообществу.Вессель ввёл понятие комплексного числа как направленного отрезка, определил сложение как параллельное смещение плоскости, а умножение – как вращение плоскости с растяжением.

В 1806 г. во Франции вышла анонимная брошюра *Опыт некоторого способа представления мнимых величин в геометрических построениях*, в которой была разработана геометрическая теория комплексного числа. В частности, там говорится, что при умножении комплексных чисел их аргументы складываются, а модули растягиваются. В работе введены так называемые диаграммы Аргана, изображающие на окружности операции умножения, возведения в степень и извлечения корня из комплексного числа. Лежандр высоко оценил эту работу. Автором брошюры был математик-любитель Арган. Его биографии спорна и даже подлинность его имени подвергается сомнениям. В будущей статье мы расскажем об этом подробнее.

В то время во Франции жили два брата, армейские офицеры и после отставки преподаватели математики. Старший, Франсуа Жозеф Франсе, преподавал математику в гражданских и военных учебных заведениях. Он был дружен с Арбогастом, написал несколько мемуаров о дифференциальном исчислении и его применении в артиллерии, получивших высокую оценку Лежандра, Лагранжа, Лакруа и Био. Лежандр передал ему анонимную брошюру Аргана 1806 г.

Младший брат, Жак Фредерик Франсе, служил в инженерном корпусе, затем был профессором военного искусства в Меце. Ему принадлежат работы по интегрированию дифференциальных уравнений в частных производных и по аналитической геометрии. После смерти своего старшего брата Франсуа Жозефа Франсе (1810), Жак Франсе изучил его математический архив и продолжил его исследования. В сентябре 1813 г. во втором номере IV тома журнала Жергонна Жак Франсе опубликовал работу *Новые принципы позиционной геометрии и интерпретация мнимых символов*, в которой дал геометрическое представление комплексных чисел с приложениями. Жак Франсе сослался на анонимную брошюру Аргана 1806 г.: “Я должен по справедливости заявить, что основание этих новых идей не принадлежит мне. Я нашел это в письме г-на Лежандра к моему покойному брату, о чём этот великий геометр рассказал ему. Следовательно, то, что принадлежит мне, сводится к способу объяснения и демонстрации этих принципов, к обозначению и к идее обозначения положения ... Я публикую полученные мной результаты в надежде на то, что первый автор этих идей заявит о себе”. Именно в этой статье, на 64 с., [во втором следствии] Жак Франсуа пишет:

$$+1 = e^{0\pi\sqrt{(-1)}}, -1 = e^{\pm\pi\sqrt{(-1)}}$$

Это и есть первое явное написание тождества Эйлера.

В ноябре 1813 г. в V выпуске того же 4-го тома этого журнала Арган откликнулся своей статьей *Размышления о новой теории мнимых с последующим приложением к доказательству теоремы анализа*, в которой признал своё авторство брошюры 1806 г., упомянул о знакомстве с ней Лежандра и об его мнении, а также изложил с некоторыми уточнениями своё новое доказательство основной теоремы алгебры, и ввёл термин “модуль комплексного числа” в его современном значении.

В 1864 г. американский астроном и математик Бенджамин Пирс на одной из лекций назвал тождество Эйлера таинственной формулой и сказал: “Господа, это безусловно верно, это абсолютно парадоксально, мы не можем этого понять, и мы не знаем, что это значит, но мы доказали это, следовательно, мы знаем, что это должно быть верно”.

В 1933 г. Ричард Фейнман назвал формулы Эйлера самым замечательным результатом в математике.

Этой формуле даже посвящён лимерик:
e raised to the pi times i,
And plus 1 leaves you nought but a sigh.
This fact amazed Euler
That genius toiler,
And still gives us pause, bye the bye.

В XX в. апология этой формулы возрастала подобно апологии золотого сечения.

УДК 519.21

История развития научных исследований по прикладному вероятностному анализу кафедры ТВ и МС Томского государственного университета

И. А. Туренова (Россия, г. Москва)